

## MÉTODO ANALÍTICO PARA ADAPTAR IMPEDANCIAS MEDIANTE DOBLE STUB

Ing. JESÚS RUBÉN AZOR MONTOYA

El uso cada vez más generalizado de los microcomputadores de bolsillo (como el TI 59 de TEXAS INSTRUMENTS, por citar uno) exige el desarrollo de algoritmos que permitan realizar tareas que de otro modo obligarían a recurrir a otros métodos. En el caso analizado, adaptación de impedancias mediante doble stub, el método clásico es gráfico. Los datos del problema son: la impedancia de carga, la distancia de la carga al primer stub y la distancia entre stubs. Mediante la muy conocida Carta o Diagrama de Smith, haciendo uso de regla y compás, se puede resolver el problema. Más modernamente se recurrió a una especie de Regla de Cálculo circular (como la elaborada por la firma AMPHENOL, por citar la más conocida).

En un diseño por computadora de cualquier dispositivo que necesite este tipo de cálculo, sería necesario: parar el proceso, evaluar e introducir a la máquina la información obtenida. Esto crearía un "bache" innecesario.

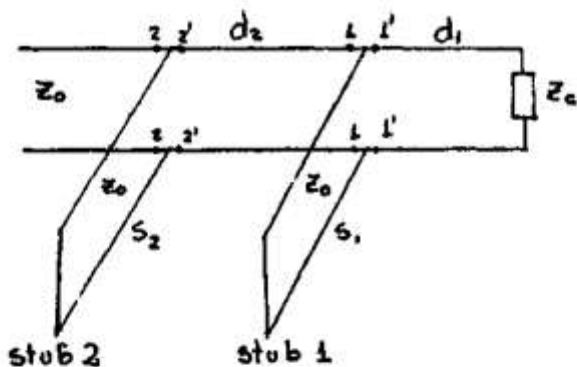
La propuesta de este trabajo es resolver el problema de un modo totalmente analítico, junto a un procedimiento que permita mecanizar totalmente el cálculo.

### **Obtención del algoritmo**

Dada una línea de transmisión ideal ( $\gamma=j\beta$ ) de impedancia característica  $Z_0$ , terminada en una impedancia de carga  $Z_c$ , es necesario transferir toda la energía desde el generador a la carga, sin ondas reflejadas.

Para satisfacer tal condición, se debe verificar un proceso que recibe el nombre de ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS (en este caso de la línea a la carga).

Uno de los métodos más simples, económicos y eficaces para cumplir este cometido es el uso del doble stub de la figura:



Un stub es un trozo de línea (generalmente de la misma impedancia característica) con un cortocircuito deslizante en su extremo, de modo que las distancias  $S_1$  y  $S_2$  son variables a voluntad, no así  $d_1$  y  $d_2$  que permanecen fijas.

Se define la impedancia de carga normalizada como el cociente  $Z_c/Z_0$ :

$$z_c = \frac{Z_c}{Z_0} = r_c + jx_c$$

Es más cómodo trabajar con la admitancia normalizada de carga

$$y_c = g_c + jb_c$$

Si nos desplazamos desde la carga hacia el generador una distancia  $d_1$ , la admitancia normalizada en la sección  $1'-1'$  vale:

$$y_1 = g_1 + jb_1$$

Donde:

$$g_1 = \frac{g_c (1 + \tan^2 \beta d_1)}{1 + (jg_c - zb_c) \tan \beta d_1} \quad b_1 = \frac{b_c (1 + \tan^2 \beta d_1) + (1 - jg_c) \tan \beta d_1}{1 + (jg_c - zb_c) \tan \beta d_1}$$

Siguiendo un desplazamiento infinitesimal hacia el generador,

llegamos a la sección 1-1, donde se componen en paralelo la admittancia  $y_i$  y la del stub  $y_c$ , (puramente reactiva), de modo que:

$$y_1' = g_1' + j(b_{e1} + b_i')$$

Si seguimos nuestro avance hacia el generador, llegamos a la sección 2'-2', después de avanzar la distancia  $d_2$  sobre la línea. Aquí el valor de la admittancia es:

$$y_2' = \frac{g_1' + j(b_i' + b_{e1}) + j \operatorname{tg} \beta d_2}{1 + j[g_1' + j(b_i' + b_{e1})] \operatorname{tg} \beta d_2} = g_2' + j b_2' \quad (a)$$

Para que se produzca la adaptación correcta de impedancias es condición necesaria que la conductancia en la sección 2'-2' (que es la misma que en la sección 2-2) sea igual a la unidad. Por lo tanto la expresión anterior será una ecuación compleja en la cual igualando partes reales se llega a encontrar valores de  $b_e$ , que satisfacen la condición, ellos son:

$$b_{e_{1,2}} = \frac{1 - b_i' \operatorname{tg} \beta d_2 \pm \sqrt{g_1' (1 + \operatorname{tg}^2 \beta d_2 - g_1' \operatorname{tg}^2 \beta d_2)}}{\operatorname{tg} \beta d_2} \quad (b)$$

De este modo es posible dimensionar el stub 1, es decir hallar la distancia de la línea al cortocircuito, en definitiva:

$$S_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( -\frac{1}{b_{e_{1,2}}} \right) \pm n \frac{\lambda}{2} \quad ; \quad S_1' = \frac{\lambda_0}{2\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( -\frac{1}{b_{e_{1,2}}} \right) \pm n \frac{\lambda}{2}$$

A partir de (a), igualando las partes imaginarias, se determinan los valores de  $b_2'$ , suceptancia que existe en la sección 2'-2' de la línea:

$$b_{2,2}' = \frac{(b_i' + b_{e_{1,2}} + \operatorname{tg} \beta d_2) [1 - (b_i' + b_{e_{1,2}}) \operatorname{tg} \beta d_2] - g_1'^2 \operatorname{tg} \beta d_2}{[1 - (b_i' + b_{e_{1,2}}) \operatorname{tg} \beta d_2]^2 + g_1'^2 \operatorname{tg}^2 \beta d_2}$$

Para que se produzca la adaptación, es necesario que la sección 2-2 presente suceptancia nula, luego ajustando el stub 2 se pueden lograr suceptancias de valor tal ( $b_{e_{2,2}}$ ) de modo tal que anulen a

$$b_{2,2}' \quad , \quad \text{es decir:}$$

$$b_{2,2}' = -b_{e_{2,2}}$$

Con lo que se logra dimensionar el stub 2:

$$S_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{b'_2} \right) \pm n \frac{\lambda}{2} \quad S'_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{b'_{22}} \right) \pm n \frac{\lambda}{2}$$

Con esto, la admitancia en la sección 2-2 de la línea tiene un valor:

$$y_2 = 1 + j0 \quad \text{o bien} \quad z_2 = 1 + j0$$

El coeficiente de reflexión será:

$$|\Gamma_c| = \frac{\beta_c - 1}{\beta_c + 1} = 0$$

Luego la carga está perfectamente adaptada (no hay reflexión).

#### Observaciones

1) Para el cálculo de la admitancia a lo largo de una línea se ha hecho uso de la fórmula:

$$\frac{Y(d)}{Y_0} = \frac{y_c + j \operatorname{tg} \beta d}{1 + j y_c \operatorname{tg} \beta d}$$

Donde:  $Y(d)$  es la admitancia a la distancia  $d$  (medida desde la carga).

$Y_0 = 1/Z_0$  es la admitancia característica de la línea.

2) No todos los problemas de este tipo tienen solución. Si el radicando de la expresión (b) resulta negativo, es imposible la adaptación, luego las condiciones de existencia son las siguientes:

$$g'_1 \leq \operatorname{cosec}^2 \beta d_2$$

Si consideramos la desigualdad, habrá dos juegos de valores de  $S_1$  y  $S_2$  que resuelven el problema. Si en cambio, se verifica la igualdad, la solución es un solo juego de valores.

Si no hubiera solución, basta con modificar la distancia  $d_1$  (o  $d_2$ ) de modo que satisfaga las condiciones de existencia.

### Casos particulares

Son fácilmente verificables por lo anteriormente expuesto los siguientes casos particulares:

$$1) \begin{cases} d_1 = 0 \\ d_2 = 3/8 \lambda \end{cases}$$

$$S_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{1 + b_c - \sqrt{g_c(2-g_c)}} \right) \pm n \frac{\lambda}{2}$$

$$S_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{2-g_c}{g_c}}} \right) \pm n \frac{\lambda}{2}$$

Los otros juegos de soluciones  $S_1$  y  $S_2'$ , se obtienen cambiando el signo a las raíces.

$$2) \begin{cases} d_1 = \lambda/4 \\ d_2 = \lambda/8 \end{cases}$$

$$S_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{x_c - 1 - \sqrt{r_c(2-r_c)}} \right) \pm n \frac{\lambda}{2}$$

$$S_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{-1 + \sqrt{\frac{2-r_c}{r_c}}} \right) \pm n \frac{\lambda}{2}$$

Para este caso vale la misma observación que la hecha en el caso anterior.

**PROGRAMA COMPLETO PARA UN MICROPROCESADOR  
TI 59 TEXAS INSTRUMENTS**

**TITULO:** Adaptación de impedancias mediante doble stub

**OPERACION:**  $f_c$  (R/S)  $X_c$  (R/S)  $d_1$  (R/S)  $d_2$  (R/S)

S1 - Mem. 19 S'1 - Mem. 20 S2 - Mem. 21 S'2 - Mem. 22

LOC	TECLA	OPC.
000	STO	
001	00	$f_c$
002	A/B	
003	STO	
004	01	$X_c$
005	A/B	
006	STO	
007	02	$d_1$
008	A/B	
009	STO	
010	03	$d_2$
011	A/C	
012	00	
013	X <sup>2</sup>	
014	+	
015	RCL	
016	01	
017	X <sup>2</sup>	
018	=	
019	STO	
020	04	1MPC
021	1/x	
022	*	
023	RCL	
024	00	
025	=	
026	STO	
027	05	$g_c$
028	RCL	
029	01	
030	+	
031	RCL	
032	09	
033	=	
034	1/-	
035	STO	
036	06	$b_c$
037	X <sup>2</sup>	
038	+	
039	RCL	
040	05	
041	X <sup>2</sup>	
042	0	
043	STO	
044	07	AD=1
045	-	
046	2'	
047	0	
048	X <sup>2</sup>	
049	RCL	
050	02	
051	X <sup>2</sup>	
052	0	
053	09	

LOC	TECLA	OPC.
054	*	
055	* $\pi$	
056	*	
057	RCL	
058	02	
059	*	
060	*RAD	
061	* $e_g$	
062	STO	
063	03	Tol
064	+	
065	1	
066	=	
067	STO	
068	09	VAL1
069	+	
070	RCL	
071	RCL	
072	07	
073	-	
074	2	
075	*	
076	RCL	
077	06	
078	)	
079	*	
080	RCL	
081	07	
082	+	
083	1	
084	=	
085	STO	
086	10	VAL2
087	1/x	
088	*	
089	RCL	
090	09	
091	=	
092	RCL	
093	05	
094	=	
095	STO	
096	11	$g_1$
097	(	
098	RCL	
099	06	
100	*	
101	RCL	
102	09	
103	+	
104	RCL	
105	07	
106	=	
107	(	
108	1	

LOC	TECLA	OPC.
109	RCL	
110	03	
111	)	
112	2	
113	-	
114	RCL	
115	10	
116	10	
117	=	
118	STO	
119	12	$V_1$
120	RCL	
121	03	
122	* $\pi$	
123	2	
124	71	
125	2	
126	*	
127	* $\pi$	
128	*	
129	RCL	
130	03	
131	=	
132	* $g_2$	
133	STO	
134	13	Tol2
135	*	
136	RCL	
137	12	
138	1/-	
139	+	
140	1	
141	=	
142	STO	
143	14	TERM
144	RCL	
145	11	
146	*	
147	(	
148	STO	
149	+	
150	RCL	
151	13	
152	X <sup>2</sup>	
153	-	
154	RCL	
155	11	
156	*	
157	RCL	
158	13	
159	X <sup>2</sup>	
160	)	
161	=	
162	12	
163	STO	
164	15	RAD1

LOC	TECLA	OPC.
165	+	
166	RCL	
167	14	
168	=	
169	1/-	
170	RCL	
171	13	
172	=	
173	STO	
174	16	$b_{21}$
175	STO	
176	3	
177	12	
178	STO	
179	13	$b_{21}$
180	RCL	
181	14	
182	-	
183	RCL	
184	15	
185	=	
186	+	
187	RCL	
188	15	
189	=	
190	STO	
191	17	$b_{22}$
192	STO	
193	3	
194	15	
195	STO	
196	24	$b_{22}$
197	2	
198	*	
199	* $\pi$	
200	=	
201	1/w	
202	STO	
203	18	FACT
204	RCL	
205	16	
206	1/x	
207	1/-	
208	1/w	
209	*	
210	*	
211	RCL	
212	18	
213	=	
214	STO	
215	19	$b_1$
216	0	
217	X <sup>2</sup>	
218	RCL	
219	19	

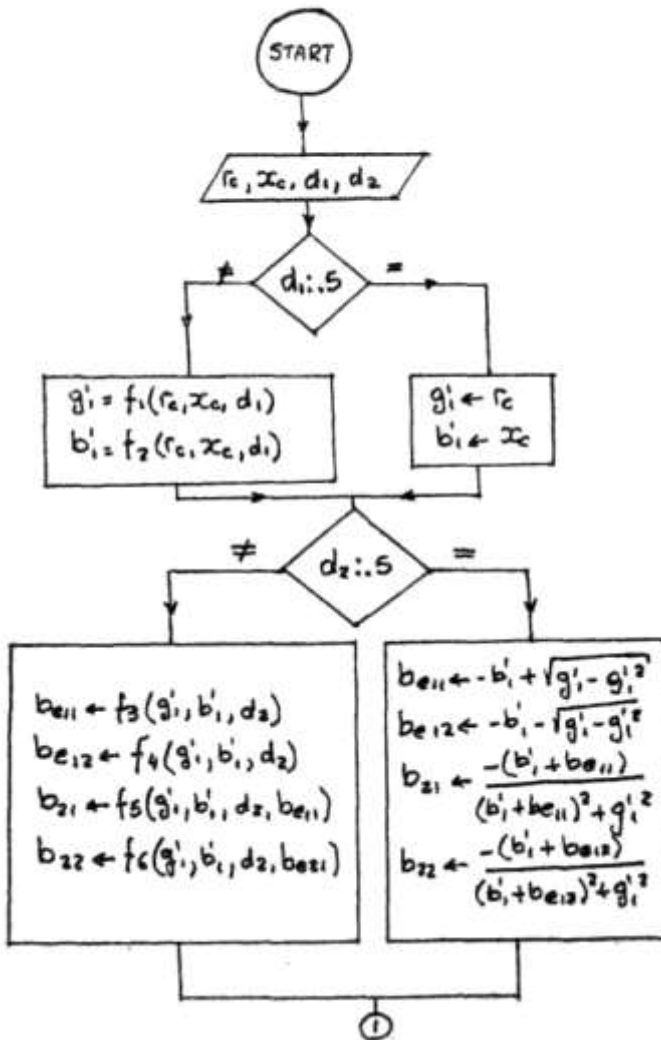
LOC.	TECLA	OBS.
220	INV	
221	*x <sup>2</sup>	
222	?	
223	ZO	
224	RCL	
225	17	
226	1/x	
227	1/x	
228	INV	
229	*1/x	
230	*	
231	RCL	
232	18	
233	=	
234	STD	
235	ZO	5 <sub>1</sub>
236	INV	
237	*x <sup>2</sup>	
238	?	
239	31	
240	RCL	
241	23	
242	1/x	
243	INV	
244	*1/x	
245	*	
246	RCL	
247	18	
248	=	
249	STD	
250	Z1	5 <sub>2</sub>
251	INV	
252	*x <sup>2</sup>	
253	?	
254	42	
255	RCL	
256	24	
257	1/x	
258	INV	
259	*1/x	
260	*	
261	RCL	
262	18	
263	=	
264	STD	
265	Z2	5 <sub>3</sub>
266	INV	
267	*x <sup>2</sup>	
268	?	
269	53	
270	R/S	
271	RCL	
272	11	
273	=	

LOC.	TECLA	OBS.
274	RCL	
275	11	
276	x <sup>2</sup>	
277	=	
278	√x	
279	STD	
280	15	RNDZ
281	-	
282	RCL	
283	12	
284	=	
285	STD	
286	16	b <sub>1</sub>
287	SBR	
288	?	
289	69	
290	STD	
291	23	b <sub>2</sub>
292	REL	
293	15	
294	1/x	
295	-	
296	RCL	
297	12	
298	=	
299	STD	
300	17	b <sub>1,2</sub>
301	SBR	
302	?	
303	69	
304	STD	
305	24	b <sub>22</sub>
306	STD	
307	?	
308	97	
309	RCL	
310	00	
311	STD	
312	11	
313	RCL	
314	01	
315	STD	
316	12	
317	STD	
318	12	
319	0	
320	RCL	
321	19	
322	+	
323	*	
324	5	
325	=	
326	STD	
327	19	

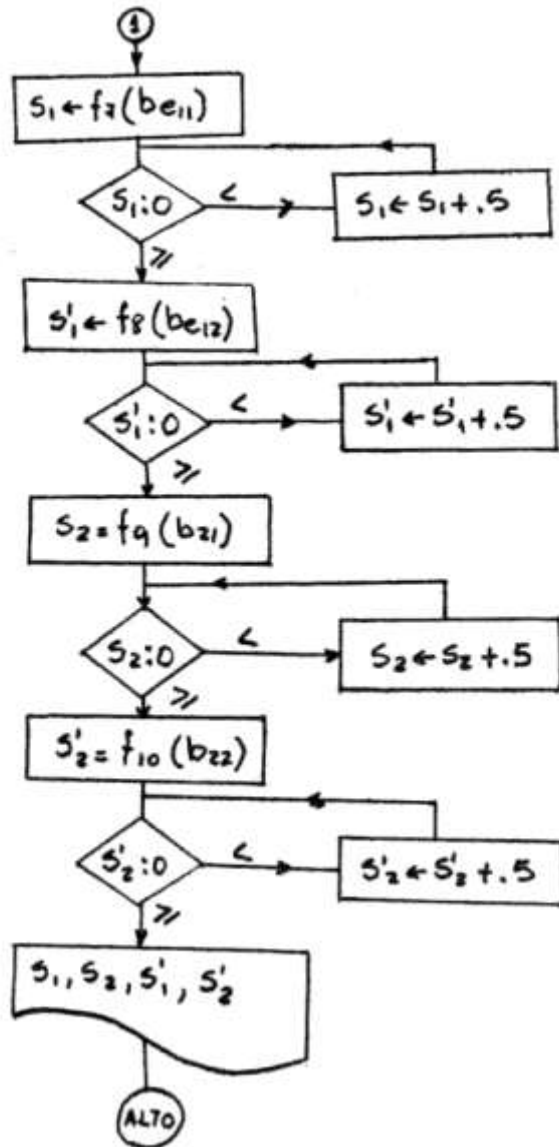
LOC.	TECLA	OBS.
328	STD	
329	?	
330	ZO	
331	RCL	
332	ZO	
333	+	
334	*	
335	5	
336	*	
337	STD	
338	ZO	
339	STD	
340	?	
341	Z6	
342	RCL	
343	Z1	
344	+	
345	*	
346	?	
347	STD	
348	Z1	
349	RCL	
350	STD	
351	?	
352	51	
353	RCL	
354	22	
355	+	
356	*	
357	5	
358	*	
359	STD	
360	22	
361	STD	
362	2	
363	66	
364	+	
365	RCL	
366	12	
367	=	
368	STD	
369	25	VAL3
370	1/x	
371	÷	
372	(	
373	RCL	
374	25	
375	x <sup>2</sup>	
376	+	
377	RCL	
378	11	
379	x <sup>2</sup>	
380	)	
381	=	

LOC.	TECLA	OBS.
382	INV SBR	
383	+	
384	RCL	
385	12	
386	=	
387	STD	
388	Z5	
389	+	
390	RCL	
391	13	
392	=	
393	*	
394	(	
395	1	
396	-	
397	RCL	
398	13	
399	*	
400	RCL	
401	Z5	
402	)	
403	=	
404	RCL	
405	11	
406	x <sup>2</sup>	
407	*	
408	RCL	
409	13	
410	=	
411	÷	
412	(	
413	(	
414	+	
415	-	
416	RCL	
417	Z5	
418	*	
419	RCL	
420	13	
421	)	
422	x <sup>2</sup>	
423	+	
424	RCL	
425	11	
426	x <sup>2</sup>	
427	*	
428	RCL	
429	13	
430	x <sup>2</sup>	
431	)	
432	=	
433	INV SBR	

## DIAGRAMA DE FLUJO







```

10 REM***ADAPTACION DOBLE STUB***
15 INPUT"IMPEDANCIA CARACTERISTICA(EN OHMS)";Z0
17 INPUT"RESISTENCIA DE CARGA(EN OHMS)";R7
20 R1=R7/Z0
21 INPUT"REACTANCIA DE CARGA(EN OHMS)";X7
22 X1=X7/Z0
23 INPUT"DISTANCIA DEL PRIMER STUB A LA CARGA(EN LONGITUDES
    DE ONDA)";D1
24 INPUT"DISTANCIA ENTRE STUBS(EN LONGITUDES DE ONDA)";D2
25 P=3.141592
30 IF D1=.25 THEN 340
40 Z1=R1*E2+X1*E2;G1=R1/Z1;B1=-X1/Z1;Y1=G1*E2+B1*E2;
    T1=TAN(2*P*D1);T=1+T1*(Y1-2*B1);G2=G1*(1+T1*E2)/T;
    B2=(B1*(1+T1*E2)+T1*(1-Y1))/T
105 IF 1/SIN(2*P*D2)*E2<G2 THEN 1000
110 IF D2=.25 THEN 300
120 T2=TAN(2*P*D2);T3=1-T2*B2;R6=G2*(1+T2*E2-G2*T2*E2);
141 IF R6<0 THEN 1000
142 R2=SQR(R6);B3=(T3+R2)/T2;A=B3
170 GOSUB 600
180 B4=E;B5=(T3-R2)/T2;A=B5
210 GOSUB 600;B6=E
220 F=.5/P
240 S1=F*ATN(-1/B3)
250 IF S1<0 THEN S1=S1+.5;GOTO 250
260 M1=F*ATN(1/B5)
270 IF M1<0 THEN M1=M1+.5;GOTO 270
280 S2=F*ATN(1/B4)
290 IF S2<0 THEN S2=S2+.5;GOTO 290
300 M2=F*ATN(1/B6)
310 IF M2<0 THEN M2=M2+.5;GOTO 310
320 PRINT "S1=";S1,"S2=";S2,"M1=";M1,"M2=";M2
330 GOTO 15
340 G2=R1;B2=X1;GOTO 110
380 G7=G2-G2*E2;B3=-B2+SQR(G7);B5=-B2-SQR(G7);
    B4=-(B2+B3)/((B2+B3)*E2+G2*E2);B6=-(B2+B5)/((B2+B5)*
    E2+G2*E2);GOTO 220
600 C=(1-(B2+A)*T2)*E2+G2*E2*T2*E2;E=((B2+A+T2)*(1-T2*
    (B2+A))-G2*E2*T2)/C;RETURN
1000 PRINT "NO ES POSIBLE LA ADAPTACION. MODIFIQUE D1 O D2";
    GOTO 15

```